

1.1 Die Wahrheitstafellen zu $a \wedge b$, $b \wedge a$, $a \vee b$, $b \vee a$ lauten:

a	b	$a \wedge b$	$b \wedge a$	$a \vee b$	$b \vee a$
w	w	w	w	w	w
w	f	f	f	w	w
f	w	f	f	w	w
f	f	f	f	f	f

Die Spalten zu $a \wedge b$ und $b \wedge a$ sowie jene zu $a \vee b$ und $b \vee a$ weisen jeweils die gleichen Wahrheitswerte auf.

Die Wahrheitstafellen zu $(a \wedge b) \wedge c$, $a \wedge (b \wedge c)$, $(a \vee b) \vee c$, $a \vee (b \vee c)$ lauten:

a	b	c	$a \wedge b$	$b \wedge c$	$(a \wedge b) \wedge c$	$a \wedge (b \wedge c)$	$a \vee b$	$b \vee c$	$(a \vee b) \vee c$	$a \vee (b \vee c)$
w	w	w	w	w	w	w	w	w	w	w
w	w	f	w	f	f	f	w	w	w	w
w	f	w	f	f	f	f	w	w	w	w
w	f	f	f	f	f	f	w	f	w	w
f	w	w	f	w	f	f	w	w	w	w
f	w	f	f	f	f	f	w	w	w	w
f	f	w	f	f	f	f	f	w	w	w
f	f	f	f	f	f	f	f	f	f	f

Die Spalten zu $(a \wedge b) \wedge c$ und $a \wedge (b \wedge c)$ sowie jene zu $(a \vee b) \vee c$ und $a \vee (b \vee c)$ weisen jeweils die gleichen Wahrheitswerte auf. $\square$

1.6 Die folgende Wahrheitstafelle zeigt die Wahrheitswerte der Teilterme zu $(A_1 \vee A_2) \wedge (A_1 \Rightarrow B) \wedge (A_2 \Rightarrow B) \Rightarrow B$:

A_1	A_2	B	$A_1 \vee A_2$	$A_1 \Rightarrow B$	$A_2 \Rightarrow B$	$(A_1 \vee A_2) \wedge (A_1 \Rightarrow B) \wedge (A_2 \Rightarrow B)$	$(A_1 \vee A_2) \wedge (A_1 \Rightarrow B) \wedge (A_2 \Rightarrow B) \Rightarrow B$
w	w	w	w	w	w	w	w
w	w	f	w	f	f	f	w
w	f	w	w	w	w	w	w
w	f	f	w	f	w	f	w
f	w	w	w	w	w	w	w
f	w	f	w	w	f	f	w
f	f	w	f	w	w	f	w
f	f	f	f	w	w	f	w

In der letzten Spalte steht überall der Wahrheitswert w, also ist $(A_1 \vee A_2) \wedge (A_1 \Rightarrow B) \wedge (A_2 \Rightarrow B) \Rightarrow B$ eine Tautologie. $\square$

1.7 Wahrheitstabelle zu den Teiltermen von $(C \Rightarrow A) \wedge (\neg C \Rightarrow B) \Rightarrow A \vee B$:

A	B	C	$C \Rightarrow A$	$\neg C$	$\neg C \Rightarrow B$	$A \vee B$	$(C \Rightarrow A) \wedge (\neg C \Rightarrow B)$	$(C \Rightarrow A) \wedge (\neg C \Rightarrow B) \Rightarrow A \vee B$
w	w	w	w	f	w	w	w	w
w	w	f	w	w	w	w	w	w
w	f	w	w	f	w	w	w	w
w	f	f	w	w	f	w	f	w
f	w	w	f	f	w	w	f	w
f	w	f	w	w	w	w	w	w
f	f	w	f	f	w	f	f	w
f	f	f	w	w	f	f	f	w

Weil in der letzten Spalte nur der Wahrheitswert w auftritt, ist $(C \Rightarrow A) \wedge (\neg C \Rightarrow B) \Rightarrow A \vee B$ eine Tautologie. $\square$

1.8 In der Wahrheitstabelle

A	B	$\neg B$	$A \Rightarrow B$	$A \wedge \neg B$
w	w	f	w	f
w	f	w	f	w
f	w	f	w	f
f	f	w	w	f

stehen in der 4. und 5. Spalte jeweils stets die entgegengesetzten Wahrheitswerte, wie zu zeigen war. $\square$

1.9 Wegen $1+1=2$ folgt $1+1 < 2 \vee 1+1=2$ (gleichgültig, ob $1+1 < 2$ gilt oder nicht).
Das bedeutet $1+1 \leq 2$, wie zu zeigen war. $\square$

1.10 Das Gegenteil von

$$\forall x \in \mathbb{R} \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall y \in \mathbb{R}: (|x-y| < \delta \Rightarrow |f(x)-f(y)| < \varepsilon)$$

lautet:

$$\exists x \in \mathbb{R} \exists \varepsilon > 0 \forall \delta > 0 \exists y \in \mathbb{R}: (|x-y| < \delta \wedge |f(x)-f(y)| \geq \varepsilon)$$

Man beachte, dass hier $\forall \leftrightarrow \exists$ vertauscht wurden.

Wir haben Aktivierungselement 1.8 verwendet, um das Gegenteil von $|x-y| < \delta \Rightarrow |f(x)-f(y)| < \varepsilon$ durch

$|x-y| < \delta \wedge \neg |f(x)-f(y)| < \varepsilon$ darzustellen, und dann verwendet, dass $|f(x)-f(y)| \geq \varepsilon$ das Gegenteil von $|f(x)-f(y)| < \varepsilon$ ist. $\square$