

$$\exists m \in M \forall n \in \mathbb{N}: f(n) = m$$

$$i \Rightarrow ii, \quad ii \Rightarrow iii: \quad f: \mathbb{N} \rightarrow M \Leftrightarrow \forall m \in M, \exists n \in \mathbb{N}: f(n) = m$$

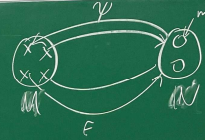
$$\psi: M \rightarrow \mathbb{N} : \psi(m) = n$$

$$\exists m, m' \in M \text{ mit } \psi(m) = \psi(m') \text{ und } m \neq m'$$

$$f(\psi(m)) = f(\psi(m'))$$

$$f(n) = f(n) \Rightarrow m = m'$$

$$\Rightarrow \psi: M \rightarrow \mathbb{N} \text{ inj.}$$



f surjektiv $\Rightarrow M$ höchstens abzählbar.
(Kontingenzprinzip)
 M nicht abzählbar $\Rightarrow f$ nicht surjektiv

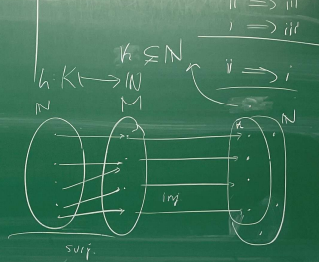
$$f \text{ ist surjektiv} \Leftrightarrow f: \mathbb{N} \rightarrow M$$

$$\Rightarrow g: M \rightarrow \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow f \circ g = \text{id}_M$$

$$\begin{array}{l} \psi: M \rightarrow \mathbb{N} \text{ bijektiv,} \\ \varphi: \mathbb{N} \rightarrow M \text{ bijektiv} \end{array} \quad K \text{ abzählbar}$$

$$f: \mathbb{N} \rightarrow M$$



$$f: M \rightarrow \mathbb{N} \text{ mit } f \text{ inj.}$$

$$N := \mathbb{N} \setminus f(M)$$

$$\psi: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \setminus N$$

$$M \xrightarrow{f} \mathbb{N} \setminus N \xrightarrow{\psi^{-1}} \mathbb{N}$$

$$\psi^{-1} \circ f \text{ sur}$$

$$ii \Rightarrow i$$

$$iii \Rightarrow i$$

$$ii \Rightarrow iii \Rightarrow i$$

$$f: \mathbb{N} \rightarrow M \text{ sur.}$$

$$\psi: M \rightarrow \mathbb{N} \text{ inj.}$$

$$\mathbb{N} \xrightarrow{f} M \xrightarrow{\psi} \mathbb{N}$$

$$\text{id}$$

$$\exists m \in M, \forall n \in \mathbb{N}: \psi(n) \neq n$$

Sei ψ nicht surjektiv

$$\psi(m) \neq n$$

$$\Rightarrow |\mathbb{N}| < |\mathbb{N}|$$

$$\Rightarrow M \text{ endlich}$$