



LUDWIG-
MAXIMILIANS-
UNIVERSITÄT
MÜNCHEN

MATHEMATISCHES INSTITUT



Mathematisches Institut
Prof. Dr. P. Müller
Dr. S. Morozov

Nachholklausur
Freitag, den 9. Oktober 2015

Analysis II Nachholklausur

Nachname: _____ Vorname: _____

Matrikelnr.: _____ Fachsemester: _____

Studiengang: _____

Ich stimme der Veröffentlichung des Ergebnisses dieser Klausur unter Angabe meiner Matrikelnummer zu. (Wenn nicht zutrifft, bitte ausstreichen!)

Bitte **schalten Sie Ihr Mobiltelefon aus** und legen es nicht auf den Tisch; legen Sie bitte Ihren Lichtbild- und Studenausweis sichtbar auf den Tisch.

Bitte überprüfen Sie, ob Sie **fünf Aufgaben** erhalten haben. Jede Aufgabe ist **6 Punkte** wert.

Schreiben Sie bitte nicht in den Farben rot oder grün. Schreiben Sie **auf jedes Blatt** Ihren **Nachnamen und Vornamen**.

Lösen Sie bitte jede Aufgabe auf dem dafür vorgesehenen Blatt. Falls der Platz nicht ausreicht, verwenden Sie bitte die leeren Seiten am Ende und vermerken dies auf dem Blatt der entsprechenden Aufgabe.

Bitte achten Sie darauf, dass Sie zu jeder Aufgabe nur eine Lösung abgeben; streichen Sie deutlich durch, was nicht gewertet werden soll.

Sie haben **120 Minuten** Zeit, um die Klausur zu bearbeiten.

Viel Erfolg!

1	2	3	4	5	Σ

Name: _____

Aufgabe 1. (6 Punkte)

Für $d \in \mathbb{N}$ sei $\mathbb{S}^{d-1} := \{x \in \mathbb{R}^d : \|x\|_2 = 1\}$ die Einheitssphäre (bezüglich $\|\cdot\|$) in \mathbb{R}^d .
Bestimme

(a) $\sup \{\|x\|_\infty : x \in \mathbb{S}^d\};$

(b) $\sup \{\|x\|_1 : x \in \mathbb{S}^1\}.$

Name: _____

Aufgabe 2. (6 Punkte)

Sei $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine beliebige 2π -periodische, stetig differenzierbare Funktion mit Fourier-Koeffizienten $(c_k)_{k \in \mathbb{Z}}$. Sei f die Ableitung von F .

- (a) Drücke die Fourier-Koeffizienten von f durch $(c_k)_{k \in \mathbb{Z}}$ aus. Begründe die Antwort mit einer Rechnung.
- (b) Nenne zwei verschiedene Konvergenzarten, so dass die Fourier-Reihe von f in der einen, und die von F in der anderen konvergiert. Begründe die Antwort.

Name: _____

Aufgabe 3. (6 Punkte)

Sei $\lambda \in]0, 1[$. Beweise mithilfe des Banachschen Fixpunktsatzes, dass die Integralgleichung

$$f(x) = 1 + \int_0^x f(t) dt, \quad x \in [0, \lambda],$$

genau eine Lösung $f \in C([0, \lambda])$ besitzt.

Name: _____

Aufgabe 4. (6 Punkte)

Seien $d, \nu \in \mathbb{N}$. Seien $h : \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}^\nu \rightarrow \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^\nu$ differenzierbare Funktionen und $\varphi : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch $\varphi(x) := h(x, g(x))$. Drücke die partielle Ableitung $\frac{\partial \varphi}{\partial x_1}$ durch die partiellen Ableitungen von g und h aus.

Name: _____

Aufgabe 5. (6 Punkte)

Seien X ein topologischer Raum und $J \neq \emptyset$ eine Indexmenge. Sei $\{K_j : j \in J\}$ eine Familie kompakter Mengen mit der Eigenschaft, dass für jede endliche Teilmenge $J_0 \subset J$ gilt $\bigcap_{j \in J_0} K_j \neq \emptyset$. Beweise, dass dann $\bigcap_{j \in J} K_j \neq \emptyset$.

Hinweis: Betrachte die Komplemente $K_j^c = X \setminus K_j$, $j \in J$, und argumentiere per Widerspruch.